

# MAT 108 - Statistiques & Probabilités élémentaires

5 décembre 2025

Durée : 30 minutes

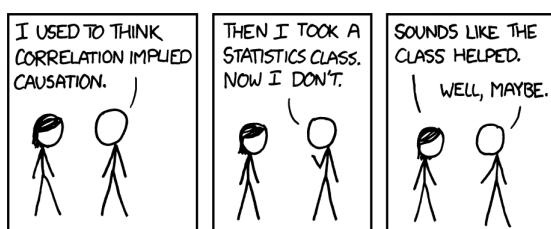
- Tous les documents, téléphones portables et autres objets connectés sont interdits.
- La qualité des explications et de la rédaction sera vivement prise en compte dans la notation.
- Le barème est donné à titre indicatif.
- Le sujet est à rendre avec votre copie !

**Exercice 1** (*Question de cours*). Soient  $A$  et  $B$  deux événements d'un univers  $\Omega$ , avec  $0 < \mathbb{P}(A) < 1$ .

1. Rappeler la formule des probabilités totales qui exprime  $\mathbb{P}(B)$  en fonction de  $\mathbb{P}(B|A)$ ,  $\mathbb{P}(B|\bar{A})$ ,  $\mathbb{P}(A)$  et  $\mathbb{P}(\bar{A})$ . (2)
2. (*Bonus*) Démontrer cette formule. (1)

**Exercice 2** (*Lancer de dés truqués*). On dispose de quatre dés à six faces : trois d'entre eux sont truqués et le quatrième est équilibré. Les dés truqués sont tels que la probabilité d'obtenir un 6 lors d'un lancer vaut  $1/3$ .

1. On tire un dé au hasard parmi les quatre. On lance ce dé et on obtient 6. Quelle est la probabilité pour que ce dé soit truqué ? (3)  
*Indication: proposer des événements pour modéliser le problème et estimer leurs probabilités.*
2. Soit  $n \in \mathbb{N}^*$ . On tire un dé au hasard parmi les quatre. On lance ce même dé  $n$  fois, et on obtient  $n$  fois le chiffre 6. Déterminer la probabilité  $p_n$  pour que ce dé soit truqué. (3)
3. Donner une interprétation de ce résultat. À partir de quelle valeur de  $n$  la probabilité  $p_n$  dépasse-t-elle 99% ?\* (2)



\* Il n'est pas nécessaire de donner une valeur numérique exacte, mais si vous voulez la calculer, voilà une indication :  $\log_2(33) \approx 5,04$ .